

Рассматривается эргодическая цепь Маркова X_n со значениями на вещественной прямой. Пусть $\xi(x)$ - случайная величина, имеющая такое же распределение, как и скачок цепи за один шаг из состояния x . Изучается асимптотически однородная в пространстве цепь Маркова, когда распределение $\xi(x)$ имеет слабый предел при $x \rightarrow \infty$, скажем ξ . Предполагается отрицательное среднее значение предельного скачка. Цепи такого рода возникают, например, в теории массового обслуживания, теории риска и пр. Простейший пример такой цепи дает случайное блуждание с задержкой в нуле.

Под крамеровским случаем понимается ситуация, когда преобразование Лапласа $\mathbb{E}e^{\lambda\xi}$ конечно при некотором положительном λ и уравнение $\mathbb{E}e^{\lambda\xi} = 1$ имеет (единственное) положительное решение $\lambda = \beta$. Предполагается, что преобразования Лапласа в точке β скачков $\xi(x)$ конечны при любом x .

Находится как логарифмическая, так и точная асимптотики вероятности $\mathbb{P}(X_n > x)$ при $n, x \rightarrow \infty$. В частности, выделяется зона значений времени n , в которой эта вероятность эквивалентна хвосту инвариантной меры.

Очень кратко основные идеи рассуждений при поиске точной асимптотики состоят в следующем. Сначала к исходной цепи применяется преобразование Крамера с соответствующим параметром (производится экспоненциальная замена мер). В результате получается некоторый объект, который мы называем марковской эволюцией масс. Основным отличием марковской эволюции масс от обычной цепи Маркова является то, что скачки первой могут иметь общую массу («вероятность») отличную от единицы, в том числе и больше единицы. Далее развивается теория предельных теорем для марковской эволюции масс и для цепей Маркова, в том числе доказываются аналоги центральной предельной теоремы. После этого к марковской эволюции масс применяется обратное преобразование Крамера, что и позволяет вычислить асимптотику вероятности события $(X_n > x)$.